

$$A = \begin{pmatrix} 10, & -1, & 0 \\ -8, & 16, & -8 \\ 0, & -1, & 10 \end{pmatrix} \text{と置くとき}$$

$$\det(\lambda I - A) = \begin{vmatrix} \lambda - 10, & 1, & 0 \\ 8, & \lambda - 16, & 8 \\ 0, & 1, & \lambda - 10 \end{vmatrix} \quad \text{3列目を1列目に-1倍して加える。}$$

$$= \begin{vmatrix} \lambda - 10, & 1, & 0 \\ 0, & \lambda - 16, & 8 \\ -\lambda + 10, & 1, & \lambda - 10 \end{vmatrix} \quad \text{1列目を}\lambda - 10\text{で括りだす。}$$

$$= (\lambda - 10) \begin{vmatrix} 1, & 1, & 0 \\ 0, & \lambda - 16, & 8 \\ -1, & 1, & \lambda - 10 \end{vmatrix} \quad \text{1行目を3行目に加える。}$$

$$= (\lambda - 10) \begin{vmatrix} 1, & 1, & 0 \\ 0, & \lambda - 16, & 8 \\ 0, & 2, & \lambda - 10 \end{vmatrix} = (\lambda - 10) \begin{vmatrix} \lambda - 16, & 8 \\ 2, & \lambda - 10 \end{vmatrix} = (\lambda - 10)(\lambda^2 - 26\lambda + 144)$$

$$= (\lambda - 10)(\lambda - 8)(\lambda - 18)$$

$\lambda = 8$ のとき

$$\lambda I - A = \begin{pmatrix} -2, & 1, & 0 \\ 8, & -8, & 8 \\ 0, & 1, & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2, & 1, & 0 \\ 8, & -8, & 8 \\ 0, & 1, & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{固有ベクトルは} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 10 \text{のとき固有ベクトルは} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \lambda = 18 \text{のとき固有ベクトルは} \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} 1, & 1, & 1 \\ 2, & 0, & -8 \\ 1, & -1, & 1 \end{pmatrix}, S^{-1} = \begin{pmatrix} 2/5, & 1/10, & 2/5 \\ 1/2, & 0, & -1/2 \\ 1/10, & -1/10, & 1/10 \end{pmatrix}, \Lambda = \begin{pmatrix} 8, & 0, & 0 \\ 0, & 10, & 0 \\ 0, & 0, & 18 \end{pmatrix}$$

$$\Lambda = S^{-1} A S$$